

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Комитет общего и профессионального образования Ленинградской области
Гатчинский муниципальный район
МБОУ "Сиверская СОШ №3"

СОГЛАСОВАНО
Заместитель директора по
МР

Шатова Е.В.
Приказ №119 от «30»
августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО
Директор

Воропаева О.А.
Приказ № 119 от «30»
августа 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Математика»
для обучающихся 11 класса

гп Сиверский 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебного курса «Математика» для обучающихся 11 классов разработана на основе с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

При реализации рабочей программы алгебре и началам математического анализа также учтены цели и задачи воспитательной программы школы, являющейся частью ООП ООО школы. Программа соответствует учебникам:

- Алгебра и начала математического анализа. Базовый и углубленный уровни. Учебник для 11 класса общеобразовательных организаций. Авторы: Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. Москва. «Просвещение», 2019.
- Геометрия 10 – 11. Учебник для общеобразовательных учреждений. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г.Позняк, И.И. Юдина. / М.: Просвещение, 2016.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Модуль «Алгебра и начала математического анализа». Алгебра и начала математического анализа является одним из наиболее значимых в программе старшей школы, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление учащихся на уровне, необходимом для освоения курсов информатики, обществознания, истории, словесности. В рамках данного курса учащиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их в повседневной жизни. В тоже время овладение абстрактными и логически строгими математическими конструкциями развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность утверждения, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление. В ходе изучения алгебры и начал математического анализа в старшей школе учащиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций и интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и в искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей самостоятельности, аккуратности, продолжительной концентрации внимания и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

Структура курса «Алгебра и начала математического анализа» включает следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин: алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств и др. По мере того как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные в курсе «Алгебра и начала математического анализа», для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать полученный результат.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато в основной школе. В старшей школе особое внимание уделяется формированию прочных вычислительных навыков, включающих в себя использование различных форм записи действительного числа, умение рационально выполнять действия с ними, делать прикидку, оценивать результат. Обучающиеся получают навыки приближённых вычислений, выполнения действий с числами, записанными в стандартной форме, использования математических констант, оценивания числовых выражений.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения в старшей школе, поскольку в каждом разделе программы предусмотрено решение соответствующих задач. Обучающиеся овладевают различными методами решения целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. Полученные умения используются при исследовании функций с помощью производной, решении прикладных задач и задач нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования целых, рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления учащихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с

математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выразить зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, у которых появляется возможность исследовать и строить графики функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» в основном посвящена элементам теории множеств. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины в единое целое. Поэтому важно дать возможность школьнику понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей.

В курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют также основы математического моделирования, которые призваны сформировать навыки построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа и интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач учащиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем курса «Алгебра и начала математического анализа».

Модуль «Геометрия». Важность учебного курса геометрии на уровне среднего общего образования обусловлена практической значимостью метапредметных и предметных результатов обучения геометрии в направлении личностного развития обучающихся, формирования функциональной математической грамотности, изучения других учебных дисциплин. Развитие у обучающихся правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует

формированию научного мировоззрения учащихся, а также качеств мышления, необходимых для адаптации в современном обществе.

Геометрия является одним из базовых предметов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения как дисциплин естественно-научной направленности, так и гуманитарной.

Логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии и построении цепочки логических утверждений в ходе решения геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности из курса физики.

Умение ориентироваться в пространстве играет существенную роль во всех областях деятельности человека. Ориентация человека во времени и пространстве — необходимое условие его социального бытия, форма отражения окружающего мира, условие успешного познания и активного преобразования действительности. Оперирование пространственными образами объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности, является одним из профессионально важных качеств, поэтому актуальна задача формирования у обучающихся пространственного мышления как разновидности образного мышления — существенного компонента в подготовке к практической деятельности по многим направлениям.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на базовом уровне обучения – общеобразовательное и общекультурное развитие обучающихся через обеспечение возможности приобретения и использования систематических геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием геометрии.

Программа по геометрии на базовом уровне предназначена для обучающихся средней школы, не испытывавших значительных затруднений на уровне основного общего образования. Таким образом, обучающиеся на базовом уровне должны освоить общие математические умения, связанные со спецификой геометрии и необходимые для жизни в современном обществе. Кроме этого, они имеют возможность изучить геометрию более глубоко, если в дальнейшем возникнет необходимость в геометрических знаниях в профессиональной деятельности.

Достижение цели освоения программы обеспечивается решением соответствующих задач. Приоритетными задачами освоения курса «Геометрии» на базовом уровне в 10—11 классах являются:

- формирование представления о геометрии как части мировой культуры и осознание её взаимосвязи с окружающим миром;
- формирование представления о многогранниках и телах вращения как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира;
- формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения;
- овладение методами решения задач на построения на изображениях пространственных фигур;
- формирование умения оперировать основными понятиями о многогранниках и телах вращения и их основными свойствами;

- овладение алгоритмами решения основных типов задач; формирование умения проводить несложные доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления;
- формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умение распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке геометрии и создавать геометрические модели, применять освоенный геометрический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Отличительной особенностью программы является включение в курс стереометрии в начале его изучения задач, решаемых на уровне интуитивного познания, и определённым образом организованная работа над ними, что способствуют развитию логического и пространственного мышления, стимулирует протекание интуитивных процессов, мотивирует к дальнейшему изучению предмета.

Предпочтение отдаётся наглядно-конструктивному методу обучения, то есть теоретические знания имеют в своей основе чувственность предметно-практической деятельности. Развитие пространственных представлений у учащихся в курсе стереометрии проводится за счёт решения задач на создание пространственных образов и задач на оперирование пространственными образами. Создание образа проводится с опорой на наглядность, а оперирование образом – в условиях отвлечения от наглядности, мысленного изменения его исходного содержания.

Основные содержательные линии курса «Геометрии» в 10–11 классах: «Многогранники», «Прямые и плоскости в пространстве», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве». Формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения на уровне среднего общего образования.

Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы овладение геометрическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, чтобы новые знания включались в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Рабочая программа изучения курса математика разработана на 238 часов из расчёта 34 учебных недель в году (7 часов в неделю) и включает в себя модуль «Алгебра и начала математического анализа» - 170 часов (5 часов в неделю), и модуль «Геометрия» - 68 часов (2 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

1. Тригонометрические функции

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции $y = \cos x$ и ее график. Свойства функции $y = \sin x$ и ее график. Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график. Обратные тригонометрические функции.

Основная цель - изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся применять эти свойства при решении уравнений и неравенств; обобщить и систематизировать знания об исследовании функций элементарными методами; научить строить графики тригонометрических функций, используя различные приемы построения графиков.

Среди тригонометрических формул следует особо выделить те формулы, которые непосредственно относятся к исследованию тригонометрических функций и построению их графиков. Так, формулы $\sin(-x) = -\sin x$ и $\cos(-x) = \cos x$ выражают свойства нечетности и четности функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ соответственно.

На профильном уровне продолжается изучение свойств элементарных функций методами элементарной математики; решаются задачи разного уровня сложности на нахождение области определения и множества значений сложных функций.

Построение графиков тригонометрических функций проводится с использованием их свойств и начинается с построения графика функции $y = \cos x$.

С помощью графиков тригонометрических функций решаются простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

На профильном уровне обратные тригонометрические функции изучаются после повторения понятия взаимно обратных функций. Применение свойств обратных тригонометрических функций рассматривается на конкретных примерах.

В ходе изучения темы особое внимание уделяется исследованию функций и построению графиков методами элементарной математики. Таким образом, при изучении данного раздела происходит как обобщение и систематизация знаний учащихся об элементарных функциях и их исследовании методами элементарной математики, так и подготовка к восприятию элементов математического анализа.

2. Производная и её геометрический смысл

Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции. Определение производной. Правила дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Основная цель - ввести понятие предела последовательности, предела

функции, производной; научить находить производные с помощью формул дифференцирования; научить находить уравнение касательной к графику функции, решать практические задачи на применение понятия производной.

На профильном уровне учащиеся знакомятся со строгими определениями предела последовательности, предела функции, непрерывности функции. Правила дифференцирования и формулы производных элементарных функций доказываются строго.

Достаточно подробное изучение теории пределов числовых последовательностей учащимися профильных классов не просто готовит их к восприятию сложного понятия предела функции в точке, но развивает многие качества мыслительной деятельности учащихся.

3. Применение производной к исследованию функций

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба. Построение графиков функций.

Основная цель — показать возможности производной в исследовании свойств функций и построении их графиков.

При изучении материала широко используются знания, полученные учащимися в ходе работы над предыдущей темой.

Обосновываются утверждения о зависимости возрастания и убывания функции от знака ее производной на данном промежутке. Вводятся понятия точек максимума и минимума, точек перегиба. Учащиеся знакомятся с новыми терминами: критические и стационарные точки.

После введения понятий максимума и минимума функции формируется представление о том, что функция может иметь экстремум в точке, в которой она не имеет производной, например, $y = |x|$ в точке $x = 0$.

Определение вида экстремума предполагается связать с переменной знака производной функции при переходе через точку экстремума. Необходимо показать учащимся, что это можно сделать проще — по знаку второй производной: если $f''(x) > 0$ в некоторой стационарной точке x , то рассматриваемая стационарная точка есть точка минимума; если $f''(x) < 0$, то эта точка — точка максимума; если $f''(x) = 0$, то точка x есть точка перегиба.

Приводится схема исследования основных свойств функции, предваряющая построение графика. На профильном уровне (после изучения второй производной) схема исследования функции выглядит так:

- 1) область определения функции; четность (нечетность); периодичность;
- 2) нули функции; промежутки знакопостоянства;
- 3) асимптоты графика функции;
- 4) первая производная; критические точки; промежутки монотонности; экстремумы;
- 5) вторая производная; промежутки выпуклости, направления выпуклостей и точки перегиба.

4. Первообразная и интеграл

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов. Применение интегралов для решения физических задач. Простейшие дифференциальные уравнения.

Основная цель — ознакомить с понятием интеграла и интегрированием как операцией, обратной дифференцированию; научить находить площадь криволинейной трапеции, решать простейшие физические задачи с помощью интеграла.

Операция интегрирования сначала определяется как операция, обратная дифференцированию, далее вводится понятие первообразной, при этом не вводится ни определение неопределенного интеграла, ни его обозначение. Таблица правил интегрирования (т. е. таблица первообразных) в этом случае естественно получается из таблицы производных. Формулируется утверждение, что все первообразные для функции $f(x)$ имеют вид $F(x) + C$, где $F(x)$ — первообразная, найденная в таблице. Этот факт не доказывается, а только поясняется.

Связь между первообразной и площадью криволинейной трапеции устанавливается формулой Ньютона — Лейбница. Далее возникает определенный интеграл как предел интегральной суммы; при этом формула Ньютона — Лейбница также оказывается справедливой. Таким образом, эта формула является главной: с ее помощью вычисляются определенные интегралы и находятся площади криволинейных трапеций.

На профильном уровне учащиеся знакомятся с задачами на нахождение пути по заданной скорости, на вычисление работы переменной силы, задачами о размножении бактерий и о радиоактивном распаде более подробно, чем школьники классов базового уровня, и учатся решать простейшие дифференциальные уравнения

5. Комбинаторика

Математическая индукция. Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

Основная цель — развить комбинаторное мышление учащихся; ознакомить с теорией соединений (как самостоятельным разделом математики и в дальнейшем — с аппаратом решения ряда вероятностных задач); обосновать формулу бинома Ньютона (с которой учащиеся лишь познакомились в курсе 10 класса).

Основными задачами комбинаторики считаются следующие:

- 1) составление упорядоченных множеств (образование перестановок);
- 2) составление подмножеств данного множества (образование сочетаний);
- 3) составление упорядоченных подмножеств данного множества (образование размещений).

Из всего многообразия вопросов, которыми занимается комбинаторика,

в содержание образования старшей школы сегодня включается лишь теория соединений — комбинаторных конфигураций, которые называются перестановками, размещениями и сочетаниями. Причем обязательными для изучения являются лишь соединения без повторений — соединения, составляемые по определенным правилам из различных элементов.

Теория, соединений с повторениями не является обязательной для изучения даже на профильном уровне, тем не менее, полезно ввести понятие хотя бы размещений с повторениями, так как задачи на подсчет числа этих размещений рассматриваются уже на первых уроках при решении задач на применение правила произведения.

Знакомство с остальными соединениями с повторениями может быть рассмотрено с учащимися профильных классов при наличии времени. Доказательство же справедливости формул для подсчета числа перестановок с повторениями и числа сочетаний с повторениями следует рассматривать только при углубленном изучении с учащимися, усвоившими применение метода математической индукции.

Дополнительной мотивацией рассмотрения, например, перестановок с повторениями является то, что биномиальные коэффициенты есть не что иное, как перестановки с повторениями. Поэтому учащиеся, знакомые с понятием перестановок с повторениями, легко воспринимают вывод формулы бинома Ньютона.

6. Элементы теории вероятностей

Вероятность события. Сложение вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Вероятность произведения независимых событий. Формула Бернулли.

Основная цель — сформировать понятие вероятности случайного независимого события; научить решать задачи на применение теоремы о вероятности суммы двух несовместных событий и на нахождение вероятности произведения двух независимых событий.

В программу включено изучение (частично на интуитивном уровне) лишь отдельных элементов теории вероятностей. При этом введению каждого понятия предшествует неформальное объяснение, раскрывающее сущность данного понятия, его происхождение и реальный смысл. Так вводятся понятия случайных, достоверных и невозможных событий, связанных с некоторым испытанием; определяются и иллюстрируются операции над событиями.

Классическое определение вероятности события с равновероятными элементарными исходами формулируется строго, и на его основе (с использованием знаний комбинаторики) решается большинство задач. Независимость событий вводится достаточно строго (после определения понятия условной вероятности). Разбирается решение задачи на нахождение вероятности события B , состоящего в том, что при n испытаниях наблюдаемое событие A произойдет ровно k раз, после чего обосновывается формула Бернулли.

При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

8. Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа

Уроки итогового повторения имеют своей целью не только восстановление в памяти учащихся основного материала, но и обобщение, уточнение систематизацию знаний по алгебре и началам математического анализа за курс средней школы.

Повторение предлагается проводить по основным содержательно-методическим линиям и целесообразно выстроить в следующем порядке: вычисления и преобразования, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа.

При проведении итогового повторения предлагается широкое использование и комбинирование различных типов уроков (лекций, семинаров, практикумов, консультаций и т.е.) с целью быстрого охвата большого по объему материала. Необходимым элементом уроков итогового повторения является самостоятельная работа учащихся. Она полезна как самим учащимся, так и учителю для осуществления обратной связи. Формы проведения самостоятельных работ разнообразны: от традиционной работы с двумя, тремя заданиями до тестов и работ в форме рабочей тетрадей с заполнением пробелов в приведенных рассуждениях.

В результате обобщающего повторения курса алгебры и начала анализа за 11 класс создать условия учащимся для выявления:

- владения понятием степени с рациональным показателем, умение выполнять тождественные преобразования и находить их значения;
- умения выполнять тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, показательных, логарифмических выражений;
- умения решать системы уравнений, содержащих одно или два уравнения (логарифмических, иррациональных, тригонометрических), решать неравенства с одной переменной на основе свойств функции;
- умения использовать несколько приемов при решении уравнений;
- решать уравнения с использованием равносильности уравнений; использовать график функции при решении неравенств (графический метод);
- умения находить производную функции; *множество значений функции; область определения сложной функции*; использовать четность и нечетность функции;
- умения исследовать свойства сложной функции; использовать свойство периодичности функции для решения задач; читать свойства функции по графику и распознавать графики элементарных функций;

- умения решать и проводить исследование решения текстовых задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения величины с применением производной;
- умения решать задачи параметрические на оптимизацию;
- умения решать комбинированные уравнения и неравенства; использовать несколько приемов при решении уравнений и неравенств;
- умения извлекать необходимую информацию из учебно-научных текстов; привести примеры, подобрать аргументы, сформулировать выводы.

Модуль «Геометрия»

1. Метод координат в пространстве

Координаты точки и координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Уравнение плоскости. Движения. Преобразование подобия.

Основная цель – сформировать умение учащихся применять векторно-координатный метод к решению задач на вычисление углов между прямыми и плоскостями и расстояний между двумя точками, от точки до плоскости.

Данный раздел является непосредственным продолжением предыдущего. Вводится понятие прямоугольной системы координат в пространстве, даются определения координат точки и координат вектора, рассматриваются простейшие задачи в координатах. Затем вводится скалярное произведение векторов, кратко перечисляются его свойства (без доказательства, поскольку соответствующие доказательства были в курсе планиметрии) и выводятся формулы для вычисления углов между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Дан также вывод уравнения плоскости и формулы расстояния от точки до плоскости.

В конце раздела изучаются движения в пространстве: центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия. Кроме того, рассмотрено преобразование подобия. Координаты точки. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Уравнение

2. Тела вращения и их поверхности

Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

Основная цель – дать учащимся систематические сведения об основных телах и поверхностях вращения – цилиндре, конусе, сфере, шаре.

Изучение круглых тел (цилиндра, конуса, шара) и их поверхностей завершает знакомство учащихся с основными пространственными фигурами. Вводятся понятия цилиндрической и конической поверхностей, цилиндра, конуса, усеченного конуса. С помощью разверток определяются площади их боковых поверхностей, выводятся соответствующие формулы. Затем даются определения сферы и шара, выводятся уравнение сферы и с его помощью

исследуется вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости. Площадь сферы определяется как предел последовательности площадей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани. В задачах рассматриваются различные комбинации круглых тел и многогранников, в частности описанные и вписанные призмы и пирамид.

В данном разделе изложены также вопросы о взаимном расположении сферы и прямой, о сечениях цилиндрической и конической поверхностей различными плоскостями

3. Объемы тел

Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.

Основная цель—ввести понятие объема тела и вывести формулы для вычисления объемов основных многогранников и круглых тел, изученных в курсе стереометрии.

Понятие объема тела вводится аналогично понятию площади плоской фигуры. Формулируются основные свойства объемов и на их основе выводится формула объема прямоугольного параллелепипеда, а затем прямой призмы и цилиндра. Формулы объемов других тел выводятся с помощью интегральной формулы. Формула объема шара используется для вывода формулы площади сферы.

Повторение

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

Программа обеспечивает достижения следующих результатов освоения образовательной программы основного общего образования:

Личностные результаты

- формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учётом устойчивых познавательных интересов;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

Метапредметные результаты

В 11 классе на уроках математики, как и на всех предметах, будет продолжена работа по развитию основ читательской компетенции. Обучающиеся овладеют чтением как средством осуществления своих дальнейших планов: продолжения образования и самообразования, осознанного планирования своего актуального и перспективного круга чтения.

При изучении математики обучающиеся совершенствуют приобретенные навыки работы с информацией и пополняют их. Они смогут работать с текстами, преобразовывать и интерпретировать содержащуюся в них информацию, в том числе:

- систематизировать, сопоставлять, анализировать, обобщать и интерпретировать информацию, содержащуюся в готовых информационных объектах;
- выделять главную и избыточную информацию, выполнять смысловое свертывание выделенных фактов, мыслей; представлять информацию в сжатой словесной форме (в виде плана или тезисов) и в наглядно-символической форме (в виде таблиц, графических схем и диаграмм, карт понятий — концептуальных диаграмм, опорных конспектов);
- заполнять и дополнять таблицы, схемы, диаграммы, тексты.

В ходе изучения математики обучающиеся усваивают опыт проектной деятельности, как особой формы учебной работы, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности; в ходе реализации исходного замысла на практическом уровне овладевают умением выбирать адекватные стоящей задаче средства, принимать решения, в том числе и в ситуациях неопределенности. Они получают возможность развить способность к разработке нескольких вариантов решений, к поиску нестандартных решений, поиску и осуществлению наиболее приемлемого решения.

Регулятивные универсальные учебные действия

- *определять* цель деятельности на уроке с помощью учителя и самостоятельно;
- учиться совместно с учителем обнаруживать и *формулировать учебную проблему*;
- учиться *планировать* учебную деятельность на уроке;
- *высказывать* свою версию, пытаться предлагать способ её проверки (на основе продуктивных заданий в учебнике);
- работая по предложенному плану, *использовать* необходимые средства (учебник, компьютер и инструменты);
- *определять* успешность выполнения своего задания в диалоге с учителем.

Средством формирования регулятивных действий служат технология проблемного диалога на этапе изучения нового материала и технология оценивания образовательных достижений (учебных успехов).

Познавательные универсальные учебные действия

- ориентироваться в своей системе знаний: *понимать*, что нужна дополнительная информация (знания) для решения учебной задачи в один шаг;
- *делать* предварительный *отбор* источников информации для решения учебной задачи;
- добывать новые знания: *находить* необходимую информацию, как в учебнике, так и в предложенных учителем словарях, справочниках и интернет-ресурсах;

- добывать новые знания: *извлекать* информацию, представленную в разных формах (текст, таблица, схема, иллюстрация и др.);
- перерабатывать полученную информацию: *наблюдать и делать самостоятельные выводы*.

Средством формирования познавательных действий служит учебный материал и задания учебника, обеспечивающие первую линию развития – умение объяснять мир.

Коммуникативные универсальные учебные действия

- доносить свою позицию до других: *оформлять* свою мысль в устной и письменной речи (на уровне предложения или небольшого текста);
- слушать *и* понимать *речь других*;
- выразительно *читать* и *пересказывать* текст;
- *вступать* в беседу на уроке и в жизни;
- совместно *договариваться* о правилах общения и поведения в школе и следовать им;
- учиться *выполнять* различные роли в группе (лидера, исполнителя, критика).

Средством формирования коммуникативных действий служат технология проблемного диалога (побуждающий и подводящий диалог), технология продуктивного чтения и организация работы в малых группах.

Предметные результаты

Предметным результатом изучения курса является сформированность следующих умений:

Элементы теории множеств и математической логики

Выпускник *научится*:

- свободно оперировать понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;

Выпускник *получит возможность научиться*:

- оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;
- понимать суть косвенного доказательства;
- оперировать понятиями счётного и несчётного множества;
- применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

Числа и выражения

Выпускник *научится*:

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

Выпускник *получит возможность научиться:*

- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;
- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

Выпускник *научится:*

- Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;

Выпускник *получит возможность научиться*:

- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы линейных уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

Функции

Выпускник *научится*:

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции,

промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;

Выпускник *получит возможность научиться:*

- владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.),
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;

- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; — оперировать понятием первообразной для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

Выпускник *научится*:

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;

- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;

Выпускник *получит возможность научиться:*

- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

Текстовые задачи

Выпускник научится:

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

История и методы математики

Выпускник научится:

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

Геометрия

Предметным результатом изучения курса является сформированность следующих умений:

- пользоваться геометрическим языком для описания предметов окружающего мира;
- распознавать геометрические фигуры, различать их взаимное расположение;
- изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи; осуществлять преобразования фигур;

- распознавать на чертежах, моделях и в окружающей обстановке основные пространственные тела, изображать их;
- в простейших случаях строить сечения и развертки пространственных тел;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); в том числе: для углов от 0 до 180° определять значения тригонометрических функций по заданным значениям углов; находить значения тригонометрических функций по значению одной из них, находить стороны, углы и вычислять площади треугольников, длины ломаных, дуг окружности, площадей основных геометрических фигур и фигур, составленных из них;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический и тригонометрический аппарат, правила симметрии;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;
- решать простейшие планиметрические задачи в пространстве.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания реальных ситуаций на языке геометрии;
- расчетов, включающих простейшие тригонометрические формулы;
- решения геометрических задач с использованием тригонометрии;
- решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства);
- построений с помощью геометрических инструментов (линейка, угольник, циркуль, транспортир).

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Контрольные работы	Практические работы
1	Повторение курса алгебры и начал математического анализа 10 класса	6		
2	Тригонометрические функции	20	1	
3	Метод координат в пространстве	15	1	
4	Производная и ее геометрический смысл	22	1	
5	Цилиндр, конус, шар	17	1	
6	Применение производной к исследованию функций	17	1	
7	Объемы тел	20	1	
8	Первообразная и интеграл	16	1	
9	Комбинаторика. Элементы теории вероятности	18	1	
	Комплексные числа	16	1	
	Повторение	71	1	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		238	10	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

- Алгебра и начала математического анализа. Базовый и углубленный уровни. Учебник для 11 класса общеобразовательных организаций. Авторы: Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. Москва. «Просвещение», 2019.
- Геометрия 10 – 11. Учебник для общеобразовательных учреждений. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г.Позняк, И.И. Юдина. / М.: Просвещение, 2016.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ